



Grégory et David Chudnovsky

Formules importantes

$$\pi = \frac{1}{12} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (6n)! (13591409 + 545140134n)}{(3n)! (n!)^3 (640320^3)^{n+\frac{1}{2}}} \right)^{-1}$$

Tranches de vie

Les frères Chudnovsky ont une histoire personnelle complètement extraordinaire ! Puisse cette trop courte page et quelques autres rendre hommage à ces grands passionnés de *Pi*...

Ils sont Ukrainiens, vivent depuis 1977 à New York près de l'université de Columbia et...

Mais commençons par le commencement, sinon, comment pourrait-on appréhender cet extraordinaire parcours qu'est le leur ?

David, le grand frère de Grégory, a découvert les mathématiques assez jeune à Kiev en dévorant un livre *Qu'est ce que les mathématiques ?* par R. Courant et H. Robbins. Ce bouquin était très populaire malgré son illégalité dans la Russie et la Chine d'alors...

David décida après cette lecture de devenir un mathématicien et son cadet emboîta le pas rapidement. Grégory se mit très vite à publier dès 16 ans dans *Soviet mathematics (Quelques résultats en théorie des expressions infiniment longues)*, encouragé par son frère qui sentait son génie. Et pour cause, il résolut à 17 ans (1970) le dixième problème de Hilbert en prouvant l'indécidabilité des équations diophantiennes, et ce juste un peu après Matyasevitch, un autre jeune mathématicien qui reconnut néanmoins que la méthode de Grégory était meilleure que la sienne !

Les deux frères firent leurs études à l'université d'état de Kiev et passèrent leur thèse à l'académie des sciences d'Ukraine.

Dès le milieu des années 70, ils se mirent à publier ensemble. Mais il y avait tout de même un gros problème... Grégory est en effet atteint d'une maladie assez rare de dégénérescence des muscles qui l'oblige à rester couché la plupart du temps et à passer quelques fréquents séjours à l'hôpital... Sa santé

est donc très fragile...

C'est pourquoi en 1976, les parents de Grégory, Volf et Malke, demandèrent aux autorités de les laisser émigrer pour le soigner. Mal leur en prit puisque le KGB commença à les harceler, Volf perdit son travail, et David et Malka furent attaqués par la suite...

Edwin Hewitt, un mathématicien de l'université de Seattle collabora avec Grégory en 1976 et, en apprenant les problèmes de sa famille, persuada un sénateur influent de faire pression sur les Soviétiques. Une délégation parlementaire française rendit visite secrètement aux Chudnovsky, et deux mois plus tard, fin 77, le gouvernement russe céda et laissa la famille partir. David épousa une des femmes de la délégation (fort jolie paraît-il...) et avec sa famille, émigra vers la France, puis aux Etats-Unis. Les Chudnovsky s'installèrent à New York, près de l'université de Columbia.

Seulement, Grégory ne put accepter de poste à cause de son infirmité et David ne voulut pas travailler sans son frère... Résultat, les deux frères n'ont pas de poste réel et sont simplement membres (senior research) de l'université. Ils sont donc un peu isolés, David ayant par ailleurs un mauvais caractère paraît-il... La communauté mathématique américaine est fort embêtée avec ces deux frères qui n'ont pas de place précise, avec toutes les conséquences financières que l'on peut imaginer...

Les Chudnovsky travaillent donc de leur côté, et ce n'est pas du temps perdu. Car David est un très bon mathématicien et Grégory (46 ans) est considéré tout simplement comme un des meilleurs, ayant reçu nombre de distinctions honorifiques et maîtrisant toutes les branches des mathématiques, comme il y a un siècle un certain... Hilbert !

Voyez la comparaison !

Et de plus, ces deux garçons travaillent sur la théorie des nombres, leur spécialité, mais outre cela, sur Pi, ce qui rajoute encore de l'intérêt à celui que n'importe quel étudiant en maths pourrait déjà porter à ces deux figures des mathématiques.

Les Chudnovsky vivent dans un petit appartement où s'entassent papiers et ordinateurs dans un désordre incroyable... Ils ont d'ailleurs construit eux mêmes plusieurs "supercomputers" dont le mythique m-zéro, bénéficiant d'une architecture personnelle qui lui confère une puissance supérieure à certains Cray. C'est avec lui qu'ils ont calculé des milliards de décimales de *Pi* (un bon moyen de le tester !) et ils ne peuvent l'éteindre, sinon il ne redémarrerait pas tant son architecture est complexe et certains composants parfois fragiles ! Il contenait, en 1993, 16 microprocesseurs en parallèle. L'appartement des Chudnovsky est ainsi chauffé aux microprocesseurs, atteignant en été une chaleur insupportable !

Notons pour finir que les Chudnovsky n'ont pas de site personnel et qu'il n'est donc pas facile d'obtenir des informations. Néanmoins, on trouvera un article fort complet et très long (anglophobes s'abstenir) sur les Chudnovsky à la page suivante (hébergée par Simon Plouffe):

<http://www.lacim.ugam.ca/plouffe/Chudnovsky.html>

Je n'ai pas de nouvelles d'eux depuis 1994 et leur dernier record...

Autour de Pi

Leur besoin de calculer des décimales de *Pi* est lié à leur conviction qu'il

existe une certaine organisation dans ces décimales. Car Pi est parfaitement déterminé. Et comme l'on ne sait à peu près rien des propriétés des nombres transcendants... L'on n'a même pas prouvé que Pi était normal, c'est à dire que chaque chiffre apparaît une fois sur dix, chaque couple une fois sur cent, etc... Mais comme avec les 10^{79} atomes qu'il y a dans l'univers représentant l'ensemble des ressources théoriquement exploitables, on ne pourra jamais calculer plus de 10^{77} décimales de Pi , il y a intérêt à ce que notre constante favorite montre quelques signes avant cette ultime limite ! Sinon, "ce serait terrifiant !" comme le dit Grégory...

La formule du haut de la page est une série du type [Ramanujan](#), donc à convergence linéaire, mais ne comportant dans la somme que des rationnels, ce qui améliore la rapidité des calculs. Ajoutons que les deux frères programment soigneusement leurs algorithmes et on explique par là le fait que le champion Kanada et ses gros moyens se soit trouvé dépassé en 1989 et 1994 par les Chudnovsky avec leur simple superordinateur dans la course aux décimales! (voir [historique des records](#))

Bien sûr, comme pour [Ramanujan](#) et [Borwein](#), je n'ai pas la démonstration exacte de cette formule, donc reportez vous à ces deux sites pour les explications sur ce type de somme et leur loi de formation générale.

Essais

Bon, tout cela ne va pas nous empêcher de l'essayer !

A priori, si l'on applique l'équivalent de Stirling au terme de la somme, on obtient :

$$\frac{6^n 545140134}{3^{3n} 2 \pi^{3/2} \sqrt{n} 640320^{3n}}$$

soit en passant au $-\log$ pour obtenir le nombre de décimales par itération :

$$(6\log(6) - 3\log(3 \cdot 640320))n = 14,18n$$

Pas mal !

Mais vérifions tout cela (attention, l'équivalence de Stirling est asymptotique, on peut ne pas trouver 14 décimales par itération pour n faible) :

Evidemment, mon calculateur est un peu minable, mais dans quelques mois, il y aura mieux, c'est promis...

$n=0$	13 décimales exactes
$n=1$	27 décimales exactes
$n=2$	41 décimales justes
$n=3$	55 décimales justes
$n=4$	69 décimales justes
$n=5$	84 décimales exactes
$n=6$	98 décimales justes !

Eh bien, une telle linéarité est assez remarquable.

Par Boris Gourévitch "L'univers de Pi"

<http://go.to/pi314>

sai1042@ensai.fr