Par Boris Gourévitch "L'univers de Pi"
http://go.to/pi314
sai1042@ensai.fr

Les Pi-phénomènes
Plein de délires mathématiques et historiques !

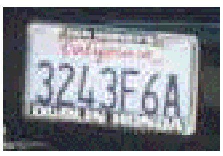
Dès que l'on a pris conscience de l'importance de Pi dans le monde mathématique, c'est à dire très tôt, notre chère constante s'est retrouvée entourée de diverses légendes et curiosités.
De l'anecdote sérieuse aux annonces fracassantes les plus délirantes, on perçoit mieux après les récits suivants le caractère exceptionnel de *Pi* et l'intérêt inépuisable que les scientifiques portent à notre constante préférée.
Bons délires !

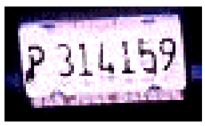
Une blague pour commencer... (aïe)

Mon premier est un animal qui travaille avec sa queue et qui n'a rien pour s'asseoir,
Mon deunième est un animal qui travaille avec sa queue et qui n'a rien pour s'asseoir,
Mon troissième est un animal qui travaille avec sa queue et qui n'a rien pour s'asseoir,
Mon tout est un symbole mathématique

reponse : PI
parce que... trois castors sans chaises

Les fondus de Pi





** Depuis la fin des années 80, David Bailey possède une plaque numéralogique aux couleurs de *Pi* ! Sur sa première était marquée *P314159* et sa seconde est tout simplement *Pi* en base 16. Quelle obstination ! Cliquez sur les photos pour voir les scènes complètes.

** En 1995, le japonais Hiroyuki Goto (21 ans) a réussi à mémoriser 42 000 décimales et à les réciter. Cela lui a pris 9h mais il a obtenu une belle citation dans le guiness des records pour son exploit.
D'après J-P Delahaye, un chauffeur de taxi anglais, Tim Morton, avait appris 15 000 numéros de téléphone par coeur et aurait décidé de battre le record et de le porter à 50 000 décimales grâce à des techniques personnelles. 4 ans après le livre de J.P. Delahaye, je n'ai pas de nouvelles de cet éventuel record...

** Il existe une petite communautés de gens complètement fous de *Pi* sur le net (dont moi...). Outre les classiques clubs de gens qui connaissent 100 ou 1000 décimales (voir liens), j'aime beaucoup le club des amis de *Pi* (http://pi314.at/). Comme ils le disent si bien, "The main objective of our club is to uphold, promote and celebrate the spirit of *Pi*!". C'est à dire la journée internationale de *Pi* (14/3), et autres choses aussi folles... Dites à vos amis que c'est également l'aspiration de votre vie, et vous serez assurés de vous retrouvez rapidement tout seul ! Je trouve cela vraiment sympa. Il faudrait que j'en fasse partie, franchement...

Pi dans l'histoire

** Dans le passage de la Bible 1.Rois 7.23, on trouve l’affirmation suivante:

"Il fit la Mer en métal fondu, de dix coudées de bord à bord, à pourtour circulaire de *5* coudées de hauteur; un fil de *30* coudées en mesurait le tour"

Par la définition de *Pi* , on obtient $Pi=\frac{30}{10}=3$. Pour expliquer ce résultat, plusieurs hypothèses furent bien évidemment émises par quelques commentateurs soucieux d'éviter une polémique religieuse supplémentaire. Dieu ne connaissant pas les maths, un scandale !
Par exemple, certains avancent que les auteurs de la Bible n’étaient pas intéressés à donner tous les détails de la construction et ont arrondi à l'entier le plus près. Cependant, M.D. Stern a utilisé une approche différente : cette dernière est basée sur un texte ancien et certaines particularités qui furent trouvées dans le texte original de ce verset en Hébreux. C'est un peu tiré par les cheveux, mais toutes les voix doivent s'exprimer !

> Avant d’aborder notre problème, il est nécessaire de noter deux points:
>
> 1- Dans la langue hébraïque ancienne, il arrive quelque fois que des mots épelés d’une certaine façon soient lus différemment. Dans le verset que l’on considère, il y a un de ces mots : le mot fil est écrit *qwh* mais lu *qw*.
>
> 2- Puisque les Grecs et les Juifs des temps anciens utilisaient les lettres pour représenter les chiffres, les nombres étaient

alors exprimés comme une combinaisons de lettres sans ordre particulier. Ainsi, chaque mot avait une valeur numérique.

Si on suppose que la Bible ne contient pas d'éléments dénués de sens, la différence entre *qw* et *qwh* est apparente. Mais, pourquoi ce *h* supplémentaire ? Un peu de calcul et tout s'éclairera...

En Hébreux, les lettres *q*, *w* et *h* ont respectivement *100*, *6* et *5* comme valeur numérique. Ainsi, le mot fil a une valeur de *111* à l'écrit (*qwh*) et de *106* à la lecture (*qw*). Si nous prenons le quotient de ces deux nombres comme facteur correctif de la valeur accordée à *Pi* , nous obtenons alors :

$3\frac{111}{106} = 3{,}141509...$, qui est exacte à quatre décimales près !

Pourquoi précisément prendre le quotient, mystère, mais pourquoi pas, après tout ?

** En 1836, LaComm annonce qu'il vient de découvrir que la vraie valeur de *Pi* est *3+1/8*. Bien qu'à l'époque la valeur de *Pi* était connue à plus de *100* décimales, il reçut de nombreuses médailles de différentes sociétés françaises pour le récompenser de sa découverte !

**Dans l'histoire, la valeur de *Pi* a posé de nombreux problèmes et générée de nombreux débats. A Avec la démonstration de la transcendance par Lindemann en 1882, on pensait que les propositions de valeurs farfelues nous seraient épargnées... Que nenni ! A ce sujet, un certain Edward Johnston Goodwin (1828-1902) proposa en 1897 des formules calculant les longueurs d'arcs et les surfaces à inscrire dans un projet de loi de l'Etat de l'Indiana (House Bill #246). On pouvait en tirer à la fois : *Pi=4*, *Pi=3.1604*, *Pi=3.2*, et enfin *Pi=3.232* !
Fort heureusement les sénateurs concluèrent qu'il ne fallait pas décider des vérités scientifiques dans la loi et repoussèrent au dernier moment le texte. Et c'est heureux car avec de telles aberrations mathématiques, on pouvait tomber sur *1=0* ce qui est assez gênant en économie !
J.P. Delahaye ajoute dans "Le fascinant nombre *Pi*" à propos de cette affaire que ce Goodwin proposait même généreusement la libre utilisation de ses découvertes, et avait réussi à publier deux articles assez farfelus dans American Mathematical Monthly, la prestigieuse revue qui regarde depuis un peu mieux la provenance des articles...

** Dans les années 1960, dans certaines écoles arabes, on utilisait toujours la lettre arabe "Ta" pour Pi !
La notation de *Pi* par π s'est en fait imposée tardivement. Oughtred (1574-1660) et Barrow (1630-1677) utilisent π pour désigner le périmètre du cercle de rayon R, π étant la première lettre du mot "périmètre" en grec. Mais comme je l'ai déjà écrit dans l'historique, c'est William Jones qui

introduit la notation au sens moderne, en 1706, dans "A New Introduction to Mathematics". Euler pour sa part utilise c en 1736 comme Jean Bernoulli, puis p en 1747 et enfin π dans "Introduction à l'Analyse Infinitésimale" en 1748, ce qui achève de standardiser la notation.

Pouquoi faire simple ?

** Nos amis allemands ont trouvé un moyen peu simple mais très élégant de retenir les premières décimales de *Pi*. Ils se rappellent la phrase : "Drei Komma Hus verbrannt und Brennabor bringen die Zahl Pi hervor", c'est à dire : "***Trois*** points Hus brûle et Bradenburg, conquise, donneront *Pi*". Or, on sait que durant le Concile de Constance, en ***1415***, Johannes Hus a été condamné à mourir sur le bûcher. De plus, Brandenburg a été conquise en ***927***.

Et la statistique dans tout ça ? :

En attendant une page plus fournie, voici déjà quelques remarques concernant les rapports plus que mystérieux entre Pi, les statistiques et les probabilités.

** Résultat de Césaro : La probabilité que *n* entiers choisis "au hasard" soient premiers entre eux est : $\frac{1}{\zeta(n)}$ c'est à dire l'inverse de la fonction dzêta de Riemann prise en *n*.

** Selon la théorie de la complexité algorithmique énoncée par le logicien russe Andreï Kolmogorov, le degré d'aléatoire (ou de complexité) d'un objet mathématique est proportionnel à la taille du plus petit programme informatique (programme minimal) qui le décrit. Ainsi, *Pi* n'est pas absolument aléatoire car il existe des programmes informatiques courts de calcul de ses décimales (comme ceux dont s'est servi Kanada). *Pi* est même relativement simple. En effet, un programme informatique peut reconnaître ses décimales et en prévoir la suite. Il est conjecturé que *Pi* est faiblement aléatoire.

Musica, maestro !

** Jean-Philippe Fontanille, compositeur et professeur de guitare à Paris, a composé une pièce intitulée *Harmonisation de pi*. Ce morceau a la particularité de faire entendre les décimales de *Pi* . Il a construit ce morceau de la façon suivante. La gamme possédant sept notes, il a commencé par écrire *Pi* en base sept. Cette manipulation lui permettait de convertir toute décimale en une note selon le code suivant : 0 pour *do*, 1 pour *ré*, 2 pour *mi*, 3 pour *fa*, 4 pour *sol*, 5 pour *la* et 6 pour *si*.

Pour améliorer ce résultat musical limité, il utilisa chaque décimale non pas pour coder une seule note, mais un accord complet, dont cette note sera la fondamentale.

Le code choisi fut le suivant : 0 pour *do* majeur (do-mi-sol-do), 1 pour *ré* mineur (ré-fa-la-ré), 2 pour *mi* mineur (mi-sol-si-mi), 3 pour *fa* majeur (fa-la-do-fa), 4 pour *sol* majeur (sol-si-ré-sol), 5 pour *la* mineur (la-do-mi-la) et 6 pour *si* mineur quinte diminuée (si-ré-fa-si). Par la suite, il ne reste plus que le travail d'harmonisation. Dans son article, relaté si mes souvenirs sont bons dans Pour La Science, Fontanille (1996) fournit les premières mesures de la pièce ainsi composée. Ce morceau existe sur le net, je l'ai vu, il faut que je le retrouve !

Les Pi dans l'eau

** Skolum (1996) vérifia que le rapport entre la longueur réelle et la longueur à vol d'oiseau (distance entre la source et l'embouchure) d'une rivière égalait en moyenne *Pi* . Ce rapport se retrouve davantage au Brésil ou dans la toundra sibérienne, mais cela reste à vérifier... Pour ma part, en France, je trouve que le rapport est à chaque fois plutôt proche de *2* (coïncidence, d'ailleurs ?).

Plus vite, plus haut, plus fort !

** Dans un résumé de conférence, Simon Plouffe rapporte les dires suivants :

-- Daniel Shanks a dit en 1962 : (Celui-là même qui a calculé *Pi* à *100 265* décimales)

"*We will NEVER reach the billion'th digit of Pi*"
(Nous n'atteindrons jamais la milliardième décimale de *Pi*)

-- Borwein et Borwein (1988) :
"*We will NEVER reach the* 10^{1000} *digit of Pi*"
(Nous n'atteindrons jamais la 10^{1000} décimale de *Pi*)

-- Spock, Star Trek (1967) :

"*Computer !, compute Pi to the LAST digit.*"
(Ordinateur ! Calcule la dernière décimale de *Pi*.)
Et l'ordinateur planta !

Alors, ça, c'est malin...

Cet exemple est assez connu en classes prépa (taupe), et les pauvres 3/2 doivent régulièrement se pencher dessus aux week-end d'intégration.. (c'est du vécu !)

Démontrer que $\frac{cheval}{oiseau} = \pi$.

Puisqu'un oiseau est une bête à ailes (lire bêta aile), on déduit : $\frac{cheval}{oiseau} = \frac{cheval}{\beta\, l}$

Simplifiant les deux *l* et appliquant la commutativité au mot "*cheva*", nous obtenons :

$$\frac{cheval}{ß\,l} = \frac{cheva}{ß} = \frac{vache}{ß}$$

Étant donné qu'une vache est une bête à pis (lire bêta pi), on trouve : $\frac{vache}{ß} = \frac{ß\,\pi}{ß}$

Simplifiant les deux *ß*, nous obtenons le résultat tant (?) recherché.

Au milieu des décimales

** Si, dans l'alphabet écrit en cercle, on colorie les lettres ayant un axe de symétrie vertical. Les lettres non coloriées à partir du J forment des paquets de 3,1,4,1,6 lettres !

** Monte Zerger a remarqué qu'à la position *7, 22, 113, 335* des décimales de *Pi* figure toujours le même nombre à savoir *2*. Les positions font bien sûr référence aux célèbres fractions *22/7* et *335/113* qui approchent *Pi*.

** Une propriété vraiment surprenante a été découverte par T.E. Lobeck de Minneapolis. A partir du carré magique *5x5* ci-dessous, on substitue à chaque chiffre *n* du carré le *n*-ième chiffre du développement décimal de *Pi*. Par exemple, pour la case *25*, on trouve un *3* à la position *25* des décimales de *Pi*.
On obtient alors un nouvel arrangement de nombres : chaque rangée possède une somme identique à celle d'une colonne !

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

2	4	3	6	9	(24)
6	5	2	7	3	(23)
1	9	9	4	2	(25)
3	8	8	6	4	(29)
5	3	3	1	5	(17)
(17)	(29)	(25)	(24)	(23)	

** James Davis a découvert la chose suivante: écrivez, en majuscule, les lettres de l'alphabet autour d'un cercle en procédant dans le sens des aiguilles d'une montre et biffez celles qui possèdent une symétrie verticale (ex.: A, H, I, M). Les lettres restantes sont en groupe de *3*, *1*, *4*, *1*, *6*.

** Le Palais de la Découverte de Paris contient une salle bien spéciale. En effet, à l'intérieur de celle-ci se retrouve, sur les murs, des décimales de *Pi* ! En effet, dans la partie supérieure de la salle circulaire on peut observer un peu plus des 600 premières décimales de *Pi* . A l'origine, c'est le record de William Shanks qui avait servi à ce travail. Par contre, quelques mois après que D.F. Ferguson eut découvert en 1945 qu'il y avait une erreur à la *528e* décimale, on rectifia le tout.

** Certains scientifiques affirment que si l'on avait construit, en 1997, un ordinateur dont la mémoire occuperait le volume de l'Univers visible, on ne pourrait dépasser la précision de 10^{77} décimales de *Pi* puisque c'est à peu près le nombre d'atomes que celui-ci compte.

** David H. Bailey (qui fut le premier à atteindre *29* millions de décimales en 1986 et qui a

collaboré à la découverte de la formule de Plouffe en 1996) possède une voiture dont la plaque minéralogique est *P314159* !

Est-ce que la connaissance de toutes ces décimales de *Pi* ont une utilité ? Et bien oui ! En effet, de nos jours, les nouveaux super-ordinateurs sont soumis à un test pour vérifier la précision de leurs calculs. Ce test, fort simple, est le suivant : calculer les décimales de *Pi*. Par exemple, à partir de ce test, deux erreurs graves ont été détectées dans les machines IBM 590 et R8000.

G. Stanley Smith a découvert que $\frac{553}{312} = 1.778846...$ est une représentation intéressante pour l'approximation de la racine carrée de *Pi* (*1.77245...*). Or, si on regarde bien sa découverte, on remarque la présence d'une valeur que l'on a déjà croisée dans l'étude de *Pi* . En effet, $\frac{553}{312} = \frac{553}{311+1}$. (c'est-à-dire $\frac{355}{113}$ écrit de droite à gauche)

Dans la même série des auto-références de *Pi* que précédemment, on sait qu'une approximation possible de *Pi* est *3,141593*.... En utilisant les chiffres de ce nombre , D. Castellanos a découvert que $\frac{3}{14}\sqrt{\frac{193}{5}}$ est une bonne approximation pour $\sqrt[4]{\pi}$.

Avec l'aide du mémoire du maitrise d'Eric Doddridge

Par Boris Gourévitch "L'univers de Pi"
http://go.to/pi314
sai1042@ensai.fr